

**Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional - PPGMC**  
**Seleção de Mestrado e Doutorado 2023/2**  
**11/05/2023, duração 14:00-18:00 horas**  
**Sem consulta, sem calculadora, sem celular, sem internet.**  
**Marque apenas uma resposta no quadro final. Rasuras invalidam a questão.**

Nome: \_\_\_\_\_

### CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E GEOMETRIA ANALÍTICA

#### Primeira Questão

Dada a função  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x - 2}$ , podemos dizer que o  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  é igual a:

#### Respostas:

- a) Não existe
- b)  $-1$
- c)  $+\infty$
- d)  $0,25$
- e)  $+1$

#### Segunda Questão

O  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{tgh}(x)$  vale

#### Respostas:

- a)  $2$
- b)  $+1$
- c)  $-\infty$
- d)  $+\infty$
- e)  $-1$

Obs:  $\operatorname{tgh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

Nome: \_\_\_\_\_

**Terceira Questão:**

Determine, se existir, o valor de  $k$  para que  $f(x) = \begin{cases} \text{sen}(x), & \text{se } x \geq \pi/2 \\ \frac{k}{4} - x, & \text{se } x < \pi/2 \end{cases}$  seja contínua em

todo o seu domínio.

**Respostas:**

- a)  $4 + 2\pi$ ;
- b)  $4 - 2\pi$
- c)  $-2 + 2\pi$
- d)  $1 + 2\pi$
- e)  $1 - 2\pi$

**Quarta Questão**

A derivada primeira da função  $h(x) = e^{\sqrt{x^2-4}}$  vale:

**Respostas:**

- a)  $\frac{2xe^{\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}}$
- b)  $\frac{4xe^{\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}}$
- c)  $\frac{xe^{\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}}$
- d)  $\frac{xe^{\sqrt{x^2-4}}}{4x}$
- e)  $\frac{x^2e^{\sqrt{x^2-4}}}{x^2-4}$

Nome: \_\_\_\_\_

**Quinta Questão**

Qual é o valor da área delimitada pelas curvas  $f_1(x) = \sqrt{x}$  e  $f_2(x) = x$  ?

**Respostas:**

- a) 5/6 unidades de área
- b) 7/6 unidades de área
- c) 2/3 unidades de área
- d) 5/3 unidades de área
- e) 1/6 unidades de área

**Sexta Questão**

Encontre a área máxima de um retângulo que pode ser inscrito em uma elipse cuja equação é:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Considere que os lados do retângulo sejam paralelos aos eixos ordenados.

**Respostas:**

- a)  $2\sqrt{2}$  unidades de área
- b)  $6\sqrt{2}$  unidades de área
- c) 12 unidades de área
- d) 13 unidades de área
- e) 24 unidades de área

Nome: \_\_\_\_\_

### Sétima Questão

Uma pessoa de 1,80 metro de altura está se afastando de um poste de iluminação a uma velocidade de 12 metros por minuto. Quando a pessoa encontra-se a 3 metros do poste, sua sombra tem 6 metros de comprimento. Encontre a taxa na qual o comprimento da sombra estará aumentando quando ele estiver a 9 metros de distância do poste.

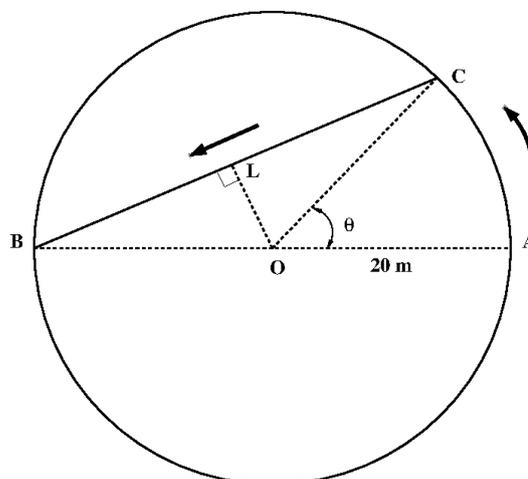
### Respostas:

- a) 2,7 metros/min
- b) 9,0 metros/min
- c) 12 metros/min
- d) 14,7 metros/min
- e) 24 metros/min

### Oitava Questão

Um homem pode correr duas vezes mais rápido do que nadar. Ele se encontra parado no ponto  $A$ , na borda de uma piscina circular de 40 metros de diâmetro, e deseja chegar ao ponto  $B$  diametralmente oposto o mais rapidamente possível. Ele pode contornar a borda da piscina até o ponto  $C$  e depois nadar diretamente de  $C$  para  $B$  (Figura 1).

Como devemos escolher o valor do ângulo  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) de modo a minimizar o tempo total gasto para ir de  $A$  a  $B$  somente correndo, nadando ou nadando e correndo? Assuma que não há perda de tempo quando o homem mergulha no ponto  $C$ .



Nome: \_\_\_\_\_

Figura 1: Piscina circular.

**Respostas:**

- a) 0 radiano
- b)  $\pi/4$  radianos
- c)  $\pi/3$  radianos
- d)  $\pi/2$  radianos
- e)  $\pi$  radianos

**Nona Questão**

Qual é a solução para a integral indefinida abaixo?

$$\int x \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$$

**Respostas:**

- a)  $\exp(2x) + c$ ;
- b)  $x^2 \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$ ;
- c)  $\exp\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$ ;
- d)  $2x \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$ ;
- e)  $2x^2 \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) + c$

Nome: \_\_\_\_\_

**Décima Questão**

Qual é a solução para a integral indefinida abaixo?

$$\int \frac{(x-5)}{\left(\frac{x^2}{2}-5x+4\right)} dx$$

**Respostas:**

a)  $2x \ln \left| \frac{x^2}{2} - 5x + 4 \right| + c;$

b)  $\ln \left| \frac{x^2}{2} - 5x + 4 \right| + c;$

c)  $\left( \frac{x^2}{2} - 5x + 4 \right) + c;$

d)  $(-5x+4) + c;$

e)  $\left( \frac{\frac{x^2}{2} - 5x + 4}{x-5} \right) + c$

Nome: \_\_\_\_\_

**Décima Primeira Questão**

Os pontos  $A = (-4, -2)$  e  $B = (-2, 2)$  pertencem respectivamente aos quadrantes:

**Respostas:**

- a) 1° e 2°
- b) 2° e 3°
- c) 3° e 2°
- d) 4° e 2°
- e) 3° e 4°

**Décima Segunda Questão**

O ponto  $A = (m+3, n-1)$  pertence ao 3° quadrante, para quais possíveis valores de  $m$  e  $n$ ?

**Respostas:**

- a)  $m > 3$  e  $n < 1$
- b)  $m < 3$  e  $n > 1$
- c)  $m < -3$  e  $n > 1$
- d)  $m < -3$  e  $n < -1$
- e)  $m < -3$  e  $n < 1$

Nome: \_\_\_\_\_

**Décima Terceira Questão**

Num triângulo ABC,  $A = (4,3)$ ,  $B = (0,3)$  e C um ponto pertencente ao eixo Ox com  $AC = BC$ . O ponto C tem quais coordenadas?

**Respostas:**

- a) (2,0)
- b) (-2,0)
- c) (0,2)
- d) (0,-2)
- e) (2,-2)

**Décima Quarta Questão**

O ponto de interseção das retas  $x + 2y = 3$  e  $2x + 3y - 5 = 0$  é:

**Respostas:**

- a) (1,-1)
- b) (1,1)
- c) (1,2)
- d) (-1,1)
- e) (2,1)

Nome: \_\_\_\_\_

**Décima Quinta Questão**

O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos  $A = (-1,2)$  e  $B = (3,6)$  vale:

**Respostas:**

- a) -1
- b)  $1/2$
- c)  $2/3$
- d) 3
- e) 1

**Marcação Final das Questões de  
Cálculo Diferencial e Integral e Geometria Analítica**

Questão	Opção
<b>Primeira Questão</b>	
<b>Segunda Questão</b>	
<b>Terceira Questão</b>	
<b>Quarta Questão</b>	
<b>Quinta Questão</b>	
<b>Sexta Questão</b>	
<b>Sétima Questão</b>	
<b>Oitava Questão</b>	
<b>Nona Questão</b>	
<b>Décima Questão</b>	
<b>Décima Primeira Questão</b>	
<b>Décima Segunda Questão</b>	
<b>Décima Terceira Questão</b>	
<b>Décima Quarta Questão</b>	
<b>Décima Quinta Questão</b>	

Nome: \_\_\_\_\_